

**Reelle Algebra und Einführung
in die \mathfrak{o} -Minimalität**

Blatt 1

Abgabe: 28.05.2020, 11Uhr

Aufgabe 1 (4 Punkte).

- a) Kann der Körper $\mathbb{Q}(\sqrt{-5})$ angeordnet werden?
- b) Ist -1 im Körper $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ eine Summe von Quadraten? Und $\sqrt{2}$?

Aufgabe 2 (6 Punkte).

Sei $(K, <)$ ein angeordneter Körper und $a \neq 0$ ein Element aus K , welches eine Summe dreier Quadrate aus K ist.

- a) Begründe, dass es eine echte Körpererweiterung L von K und ein Element α in L mit $\alpha^2 = -a$ gibt.
- b) Schließe daraus, dass -1 eine Summe zweier Quadrate aus L ist.

Hinweis: Was ist $(A + BC)^2 + (B - AC)^2$?

Aufgabe 3 (6 Punkte).

Zeige, dass jeder positive Bereich eine maximale Präordnung bezüglich Inklusion ist.

Zeige, dass sich jede Präordnung auf einem Körper K zu einer Anordnung fortsetzen lässt.

Gibt es eine einzige Fortsetzung?

Hinweis: Aufgabe 1(b).

DIE ÜBUNGSBLÄTTER KÖNNEN ZU ZWEIT EINGEREICHT WERDEN (BITTE ALLE NAMEN EINTRAGEN!) ABGABE DER ÜBUNGSBLÄTTER IM ILIAS ALS EINE EINZIGE PDF-DATEI.